

Equazioni equivalenti. Principi di equivalenza e regole conseguenti

Due equazioni si dicono **equivalenti** quando hanno lo stesso insieme di soluzioni.

ESEMPIO

Le equazioni $2x=8$ e $3x-2=10$ sono equivalenti perché hanno la stessa soluzione $x=4$; infatti:

$$2 \cdot 4 = 8 \quad \text{e} \quad 3 \cdot 4 - 2 = 10$$

Primo principio di equivalenza (o di addizione): se si aggiunge o si toglie uno stesso numero o una stessa espressione ai due membri di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Da questo principio derivano le seguenti regole:

- **Soppressione dei termini uguali:** se nei due termini di un'equazione figura uno stesso termine (sia esso un numero o un'espressione), può essere soppresso.
- **Trasporto dei termini:** in un'equazione è possibile trasportare un termine da un membro all'altro purché gli si cambi il segno.

ESEMPI

$$\bullet \quad 3x + 4 = 5x - 9x + 4 + 1 \rightarrow 3x = 5x - 9x + 1$$

$$\bullet \quad 2x - 4 = -7x + 3 \rightarrow 2x + 7x = +4 + 3$$

Secondo principio di equivalenza (o di moltiplicazione e divisione): moltiplicando o dividendo i due membri di un'equazione per uno stesso numero, diverso da zero, o per una stessa espressione algebrica, che non sia mai nulla o priva di significato, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Da questo principio derivano le seguenti regole:

- **Cambiamento di segno:** cambiando il segno a tutti i termini di un'equazione si ottiene un'equazione equivalente a quella data.
- **Soppressione dei denominatori numerici:** è possibile eliminare i denominatori numerici riducendo prima i due membri dell'equazione al minimo comun denominatore (m.c.d.).
- **Divisione di tutti i termini:** è possibile dividere per uno stesso numero (divisore comune) tutti i termini di un'equazione.

ESEMPI

$$\bullet \quad -3x + 4 = -3 + 8x \rightarrow 3x - 4 = 3 - 8x$$

$$\bullet \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 3x - \frac{1}{8} \rightarrow \frac{8x-4}{24} = \frac{72x-3}{24}$$

Moltiplicando entrambi i membri per 24 si ottiene:

$$8x - 4 = 72x - 3 \quad (\text{equazione liberata dai denominatori})$$

$$\bullet \quad 8x - 4 = 12x + 8$$

Dividendo tutti i termini per il divisore comune (4), si ottiene: $2x - 1 = 3x + 2$