

**Prodotti notevoli**

**Prodotti notevoli:** sono identità che si ottengono da moltiplicazioni di polinomi i cui risultati si deducono rapidamente applicando determinate regole. Nella scrittura in simboli di queste identità utilizziamo lettere maiuscole per indicare i monomi.

**Prodotto della somma di due monomi per la loro differenza**

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

È un binomio costituito dalla **differenza** tra il **quadrato** del **primo** monomio e il **quadrato** del **secondo** monomio.

**ESEMPI**

- $(2a + x^2)(2a - x^2) = 4a^2 - x^4$
- $(\frac{1}{3}x - \frac{6}{5}y)(\frac{1}{3}x + \frac{6}{5}y) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{36}{25}y^2$

**Quadrato di un binomio**

$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$

È un trinomio formato dal **quadrato** del **primo** termine, dal **doppio prodotto** del primo termine per il secondo termine e dal **quadrato** del **secondo** termine.

- I quadrati sono sempre **positivi**
- Il doppio prodotto ha segno  $\nearrow$  - se i monomi sono **discordi**  
 $\searrow$  + se i monomi sono **concordi**

**ESEMPI**

- $(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot (2y) + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$
- $(\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{3}b^2)^2 = (\frac{1}{2}a^2)^2 + 2 \cdot (\frac{1}{2}a^2) \cdot (-\frac{1}{3}b^2) + (-\frac{1}{3}b^2)^2 = \frac{1}{4}a^4 - \frac{1}{3}a^2b^2 + \frac{1}{9}b^4$

**Quadrato di un trinomio**

È un polinomio di sei termini costituito dal **quadrato** di ciascuno dei termini del trinomio e dal **doppio prodotto** di ciascuno di essi per ognuno di quelli che lo seguono.

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

**ESEMPIO**

$$\begin{aligned} & (\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}x^2 + y)^2 = \\ & (\frac{2}{3}x)^2 + (-\frac{5}{2}x^2)^2 + (y)^2 + 2 \cdot (\frac{2}{3}x) \cdot (-\frac{5}{2}x^2) + 2 \cdot (\frac{2}{3}x) \cdot (y) + 2 \cdot (-\frac{5}{2}x^2) \cdot (y) = \\ & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ & \text{quadrato del primo termine} \quad \text{quadrato del terzo termine} \quad \text{quadrato del secondo termine} \quad \text{doppio prodotto del primo per il secondo} \quad \text{doppio prodotto del primo per il terzo} \quad \text{doppio prodotto del secondo per il terzo} \\ & \frac{4}{9}x^2 + \frac{25}{4}x^4 + y^2 - \frac{10}{3}x^3 + \frac{4}{3}xy - 5x^2y \end{aligned}$$

**Cubo di un binomio**

È un quadrinomio costituito dal **cubo** del primo termine, dal **triplo prodotto** del quadrato del primo termine per il secondo termine, dal **triplo prodotto** del primo termine per il quadrato del secondo termine e dal **cubo** del secondo termine.

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

**ESEMPI**

- $(3x - 2y)^3 = (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (-2y) + 3 \cdot (3x) \cdot (-2y)^2 + (-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- $(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y)^3 = (\frac{1}{3}x)^3 + 3 \cdot (\frac{1}{3}x)^2 \cdot (\frac{1}{2}y) + 3 \cdot (\frac{1}{3}x) \cdot (\frac{1}{2}y)^2 + (\frac{1}{2}y)^3 =$   
 $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{6}x^2y + \frac{1}{4}xy^2 + \frac{1}{8}y^3$