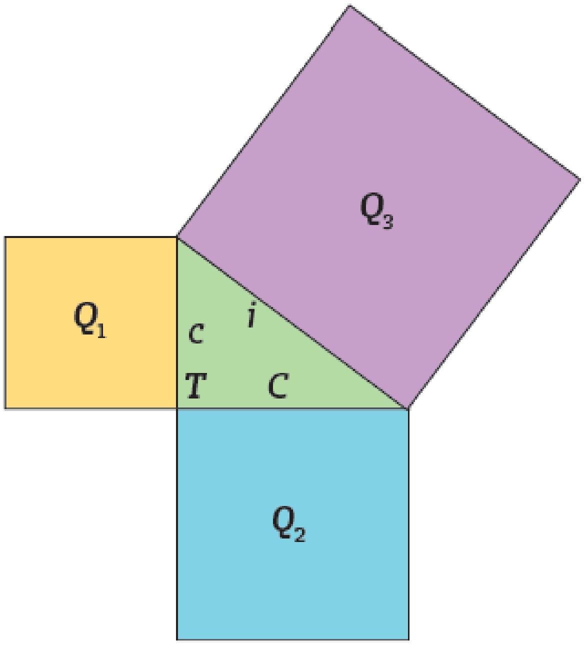
IL TEOREMA DI PITAGORA

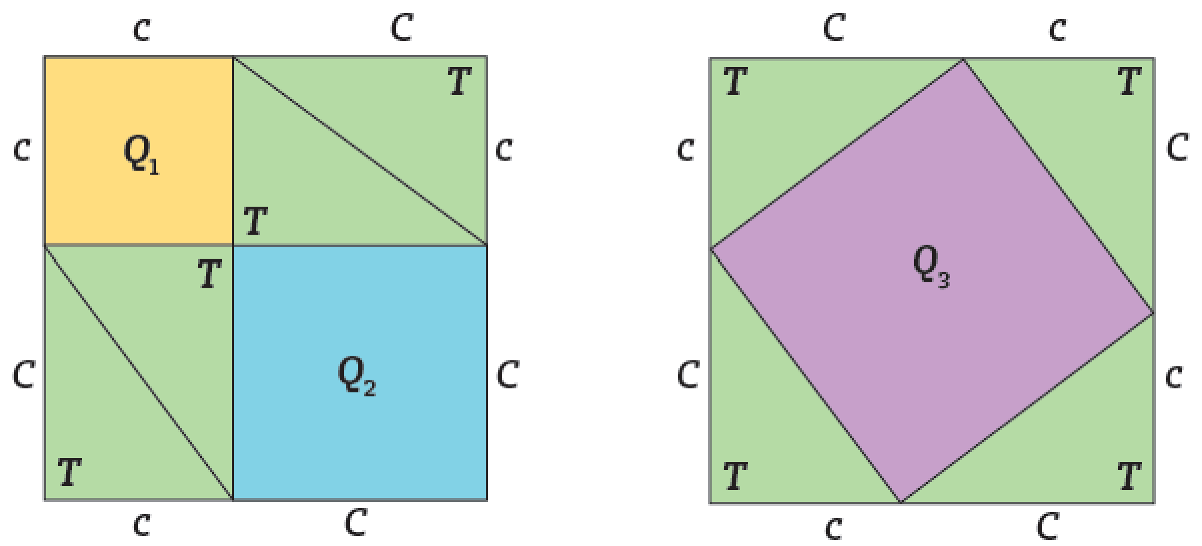
Il teorema di Pitagora

- In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti.

  O anche:
- In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui due cateti.



Il teorema di Pitagora



Il teorema di Pitagora

In ogni triangolo rettangolo:

- la misura dell'**ipotenusa** si ottiene estraendo la radice quadrata della somma dei quadrati delle misure dei due cateti:

$$i = \sqrt{C^2 + c^2}$$

- la misura di un **cateto** si ottiene estraendo la radice quadrata della differenza fra il quadrato della misura dell'ipotenusa e il quadrato della misura del cateto conosciuto:

$$C = \sqrt{i^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{i^2 - C^2}$$

Il teorema di Pitagora

Terne pitagoriche

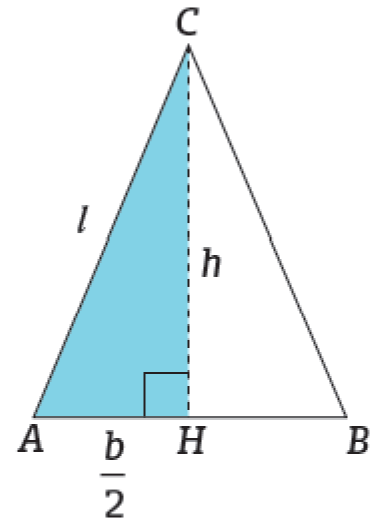
- Si chiama **terna pitagorica** l'insieme di tre numeri naturali a, b e c tali che $a^2 + b^2 = c^2$ essendo $a < b < c$.
- Una terna pitagorica formata da numeri primi fra loro si dice **terna pitagorica primitiva**.
- Data una terna pitagorica primitiva se ne possono ottenere infinite altre moltiplicando i tre numeri per uno stesso fattore diverso da zero.

Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **triangolo isoscele**, tracciando l'altezza, si ottengono due triangoli rettangoli congruenti. Considerando il triangolo *AHC* possiamo quindi scrivere:

$$l=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+h^2} \qquad h=\sqrt{l^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b}{2}=\sqrt{l^2-h^2}$$



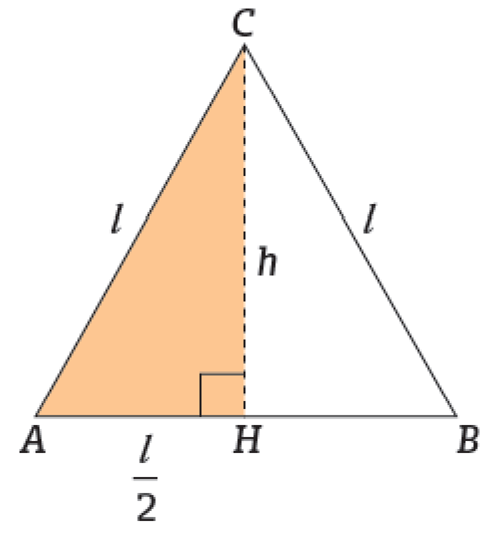
Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **triangolo equilatero**, tracciando l'altezza, si ottengono due triangoli rettangoli congruenti. Considerando il triangolo *AHC* possiamo quindi scrivere:

$$h=\sqrt{l^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=\sqrt{l^2-\frac{l^2}{4}}=\sqrt{\frac{4\cdot l^2-l^2}{4}}=\sqrt{\frac{3\cdot l^2}{4}}=\frac{l}{2}\cdot\sqrt{3}$$

da cui: $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\,l$ e $l=\frac{2}{\sqrt{3}}\,h$

Se approssimiamo $\sqrt{3}$ ai millesimi, avremo $\sqrt{3}=1{,}732$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}=0{,}866$, quindi: $h=l\cdot 0{,}866$ e $l=\frac{h}{0{,}866}$.

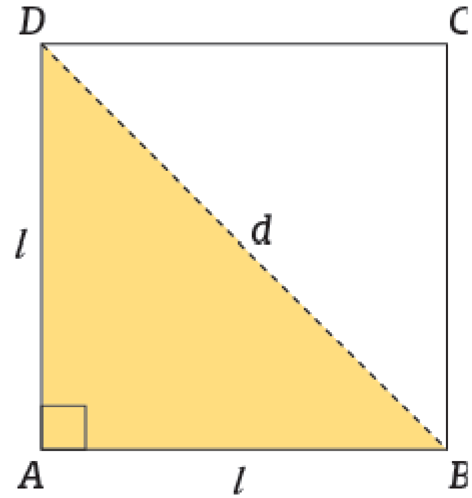


Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **quadrato**, tracciando una diagonale, si ottengono due triangoli rettangoli isosceli congruenti. Considerando il triangolo *DAB* possiamo quindi scrivere:

$$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2 \cdot l^2} = l\sqrt{2} \quad \text{e} \quad l = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Se approssimiamo $\sqrt{2}$ ai millesimi, avremo $\sqrt{2} = 1{,}414$ e quindi: $d = l \cdot 1{,}414$ e $l = \frac{d}{1{,}414}$.

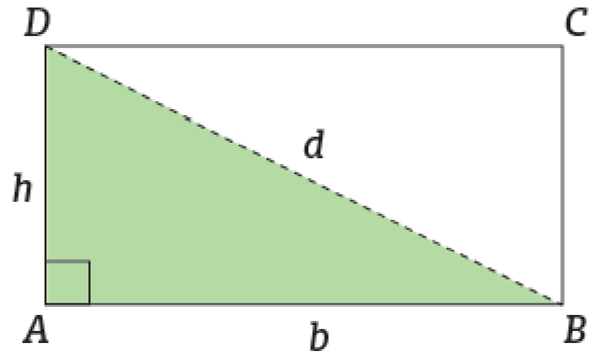


Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **rettangolo**, tracciando una diagonale, si ottengono due triangoli rettangoli congruenti. Considerando il triangolo *DAB* possiamo quindi scrivere:

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} \qquad b = \sqrt{d^2 - h^2}$$

$$h = \sqrt{d^2 - b^2}$$

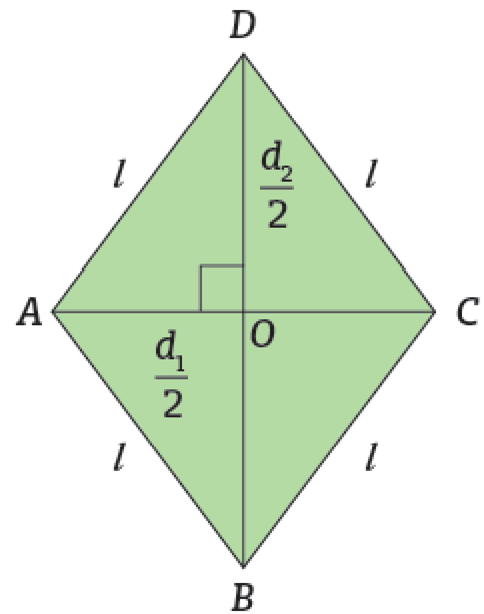


Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **rombo**, tracciando le due diagonali, si ottengono quattro triangoli rettangoli congruenti. Considerando il triangolo *AOD* possiamo quindi scrivere:

$$l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{d_1}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} \qquad \frac{d_2}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$$

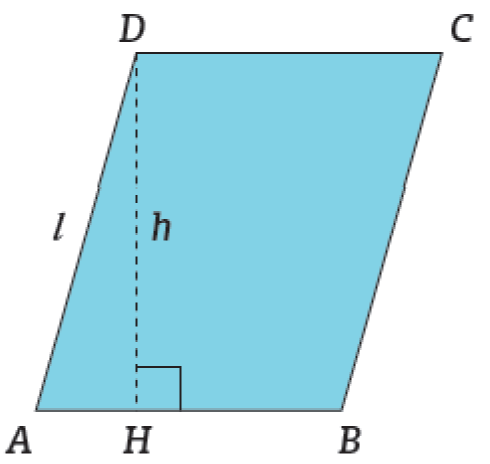


Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **parallelogramma**, tracciando l'altezza relativa alla base, si ottiene un triangolo rettangolo. Considerando il triangolo *AHD* possiamo quindi scrivere:

$$l = \sqrt{h^2 + AH^2} \qquad h = \sqrt{l^2 - AH^2}$$

$$AH = \sqrt{l^2 - h^2}$$

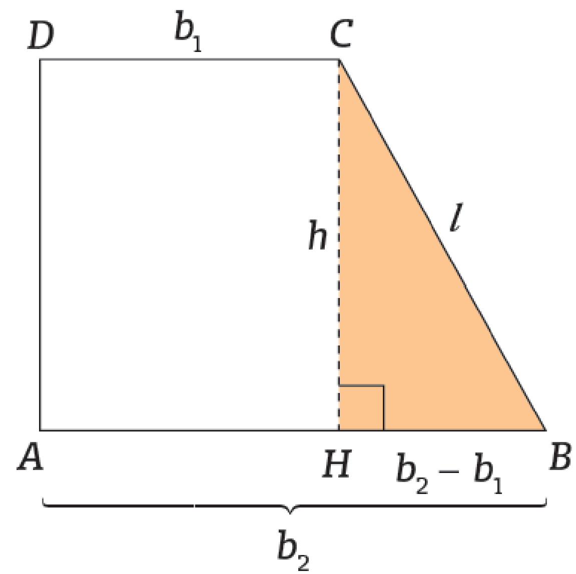


Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **trapezio rettangolo**, tracciando l'altezza *CH*, si ottiene un triangolo rettangolo.
  Considerando il triangolo *CHB* possiamo quindi scrivere:

$$l = \sqrt{h^2 + HB^2} = \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - (b_2 - b_1)^2} \qquad HB = b_2 - b_1 = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Applicazioni del teorema di Pitagora

- Nel **trapezio isoscele**, tracciando le altezze, si ottengono due triangoli rettangoli congruenti. Considerando uno dei triangoli, ad esempio *CHB*, possiamo quindi scrivere:

$$l = \sqrt{h^2 + HB^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2}$$

$$HB = \frac{b_2 - b_1}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$